



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Отборочный этап  
Вариант 1

2021-2022

1. (16 баллов) Три друга Юра, Миша и Ваня коллекционируют магниты. Если Юра отдаст Мише 20 магнитов, то у Миши и Вани будет поровну. Если Юра отдаст Мише 10 магнитов, то у Юры и Вани будет поровну. Сколько магнитов должен отдать Юра Мише, чтобы у них стало поровну?

**Ответ: 15.**

**Решение.** Из первого условия следует, что у Вани на 20 магнитов больше, чем у Миши. Из второго условия следует, что у Юры на 10 магнитов больше, чем у Вани. Значит, у Юры на  $20 + 10 = 30$  магнитов больше, чем у Миши. Чтобы магнитов у них стало поровну, Юра должен отдать Мише половину этой разницы, равную  $30 : 2 = 15$  магнитам.

2. (17 баллов) При окраске куба со стороной 2 дм использовали 2 л краски. Сколько краски потребуется на окраску куба со стороной 8 дм?

**Ответ: 32.**

**Решение.** 2 л краски затратили на покраску  $6 \cdot 2^2 = 24 \text{ дм}^2$ , тогда на окраску  $6 \cdot 8^2 = 384 \text{ дм}^2$  потребуется  $(384 : 24) \cdot 2 = 32$  л.

3. (17 баллов) Для подготовки к олимпиаде по математике учительница ежедневно проводит консультации, на которые 7 учеников приходят на каждое занятие, 9 учеников через день и трое через два дня. Вчера на консультации было 13 учеников, сегодня 10. Сколько учеников придёт завтра?

**Ответ: 16.**

**Решение.** Посчитаем, сколько раз суммарно посетили консультацию ученики за вчера и сегодня. 7 человек, которые приходят каждый день, посетили по 2 раза, то есть суммарно 14 раз. 9 человек, которые приходят через день, посетили ровно 1 раз, то есть суммарно 9 раз. Тогда суммарно эти 16 человек за вчера и сегодня посетили консультацию  $14 + 9 = 23$  раза. По условию за вчера и сегодня консультировались  $13 + 10 = 23$  раза. Следовательно, учеников, которые приходят через два дня, вчера и

сегодня не было, и они все придут на консультацию завтра. Также завтра придут 7 человек, которые ходят каждый день, а ещё придут  $13 - 7 = 6$  учеников, посещающих консультацию через день. Значит, завтра придут на консультацию  $3 + 7 + 6 = 16$  человек.

4. (15 баллов) Автомобиль, двигаясь с постоянной скоростью, проехал 30 километров прямо. Затем повернул направо и проехал еще 6000 метров. Все это расстояние он проехал за 20 минут. Определите его скорость и ответ запишите в метрах в секунду.

**Ответ: 30.**

**Решение.** Скорость автомобиля:  $v = \frac{S_1 + S_2}{t} = \frac{30 \cdot 1000 + 6000}{20 \cdot 60} = 30$  м/с.

5. (15 баллов) На карандаш по всей длине плотно намотана проволока, радиус сечения которой 0,375 мм. Определите, сколько витков может поместиться на карандаше, если его длина 15 см.

**Ответ: 200.**

**Решение.** Количество витков:  $N = \frac{l}{2R} = \frac{15}{2 \cdot 0,0375} = 200$ .

6. (20 баллов) Медный кубик имеет массу 20 кг. Определите массу (в кг) другого медного кубика, у которого длина ребра больше в два раза?

**Ответ: 160.**

**Решение.** Длина ребра кубика стала больше в 2 раза, следовательно, его объём увеличился в 8 раз. Получаем, что масса другого кубика:  $m = 8 \cdot 20 = 160$  кг.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс

Отборочный этап  
Вариант 1

2021-2022

1. (16 баллов) Маша, Ваня и Даша собирали ягоды. Маша собрала ягод на 25% больше, чем Ваня, но на 25% меньше, чем Даша. На сколько процентов Ваня собрал ягод меньше, чем Даша?

**Ответ: 40.**

**Решение.** Если Ваня собрал  $x$  ягод, Даша –  $y$ , тогда Маша собрала  $\frac{5x}{4} = \frac{3y}{4}$ .

Получаем  $x = \frac{3y}{5}$ , Ваня собрал на  $\frac{2}{5} \cdot 100\% = 40\%$  меньше, чем Даша.

2. (17 баллов) Ане бабушка днём подарила большую коробку конфет. Каждый вечер Аня съедала треть имеющихся в коробке конфет, а каждое утро – две конфеты. В четвертый вечер Аня обнаружила, что в коробке осталось всего две конфеты, которые тут же съела. Сколько всего конфет было в коробке?

**Ответ: 21.**

**Решение.** Проследим обратный ход:

$2 \rightarrow 2 + 2 = 4 \rightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 = 6 \rightarrow 6 + 2 = 8 \rightarrow \frac{3}{2} \cdot 8 = 12 \rightarrow 12 + 2 = 14 \rightarrow \frac{3}{2} \cdot 14 = 21$ . Второй

вариант решения:  $x$  – число конфет в коробке, тогда  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{2}{3} \left( \frac{2}{3} x - 2 \right) - 2 \right) - 2 = 2$

3. (17 баллов) Фермер для выращивания огурцов использовал теплицу прямоугольной формы, длина которой на 10 м больше её ширины. На следующий год фермер решил увеличить теплицу на 400 м<sup>2</sup>. Для этого длину теплицы увеличил на 10м, а ширину – на 2м. Найдите площадь новой теплицы (в м<sup>2</sup>).

**Ответ: 1600.**

**Решение.** Пусть  $x$  – ширина старой теплицы, тогда  $x + 10$  – длина. Площадь старой теплицы равна  $x \cdot (x + 10)$ . Площадь новой теплицы  $(x + 2) \cdot (x + 20)$ , тогда  $(x + 2) \cdot (x + 20) = x(x + 10) + 400$ . Получаем  $x = 30$  и площадь новой теплицы  $32 \cdot 50 = 1600$ .

4. (20 баллов) Имеется наполненный водой аквариум длиной  $a=50$  см, шириной  $b=10$  см и высотой  $c=200$  мм. Воду из аквариума необходимо слить. В качестве ёмкости для сливаемой воды служит трёхлитровая банка. Какая масса воды (в кг) останется в аквариуме после того, как банка будет полностью заполнена? Плотность воды  $\rho=1000$  кг/м<sup>3</sup>.

**Ответ: 7.**

**Решение.** Объём аквариума:  $V_a = abc = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,2 = 0,01$  м<sup>3</sup>. Масса воды в аквариуме:  $m_a = \rho V_a = 1000 \cdot 0,01 = 10$  кг. В банку помещается:

$$m_6 = \rho V_6 = 1000 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ кг.}$$

Следовательно, в аквариуме останется  $m = m_a - m_6 = 7$  кг.

5. (15 баллов) Первый автомобиль проехал расстояние  $4S$  со скоростью  $v$  за 30 минут. Сколько минут потратит второй автомобиль, двигаясь с вдвое большей скоростью, на то, чтобы преодолеть расстояние  $12S$ ?

**Ответ: 45.**

**Решение.** Для первого автомобиля  $4S = v \cdot 30$ . Для второго автомобиля:  $12S = 2v \cdot t$ . Получаем:  $3 = 2 \cdot \frac{t}{30}$ . Окончательно,  $t = 45$  мин.

6. (15 баллов) Определите угол, на который поворачивается часовая стрелка за полтора часа (в градусах).

**Ответ: 45.**

**Решение:** Полный оборот часовая стрелка делает за 12 часов, следовательно, искомый угол:  $\alpha = \frac{360}{12} \cdot 1,5 = 45^\circ$ .



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Задания, ответы и критерии оценивания

8 класс

Отборочный этап  
Вариант 1

2021-2022

1. (16 баллов) Даны цифры 1, 2, 3, и 4. Сколькими способами из этих цифр можно составить число, кратное 6? При составлении числа каждую цифру можно использовать только один раз или не использовать совсем.

Ответ: 9.

Решение. Число делится на 2, следовательно, его последняя цифра чётная, то есть 2 или 4. Число делится на 3, что возможно только для следующих наборов цифр: {1;2}, {1;2,3}, {2;4}, {2;3,4}. Один способ составить число в первом случае, по 2 способа во втором и третьем и 4 в последнем. Получаем 9 способов.

2. (17 баллов) Из Челябинска в Магнитогорск и из Магнитогорска в Челябинск выехали одновременно на велосипедах два курьера. В 12 часов дня они проехали мимо друг друга. Продолжая движение, курьеры прибыли в свои пункты назначения соответственно в 16 часов и в 21 час. Определите время выезда курьеров.

Ответ: 6 часов утра.

Решение. Пусть  $x$  км/час и  $y$  км/час – скорости курьеров,  $t$  час – время, прошедшее с момента выезда до встречи, тогда первый проехал  $x \cdot t$  км до встречи, второй  $y \cdot t$  км.

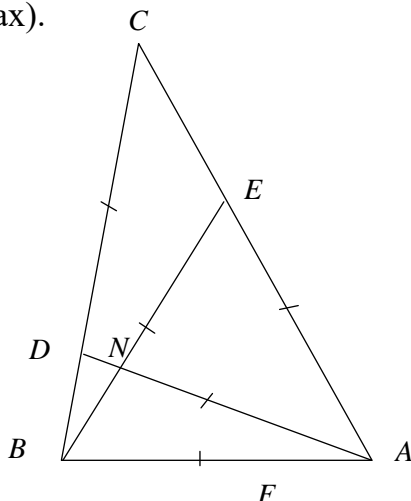
После встречи первый проехал  $\frac{y \cdot t}{x}$  часов, второй  $\frac{x \cdot t}{y}$  часов. Получаем  $\frac{y \cdot t}{x} = 4$ ,  $\frac{x \cdot t}{y} = 9$ .

Перемножив уравнения, получаем  $t^2 = 36$ ,  $t = 6$ . Курьеры выехали в 6 часов утра.

3. (17 баллов) В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $80^\circ$ . На стороне  $BC$  отмечена точка  $D$  такая, что  $AB = AD = CD$ . На отрезке  $AC$  отмечена точка  $E$  такая, что  $AB = AE$ . Найдите угол  $CEB$  (в градусах).

Ответ: 120.

Решение.



Так как  $AB = AD$ , то  $\angle ADB = \angle ABD = 80^\circ$  и  $\angle DAB = 20^\circ$ . Так как  $AD = DC$ , то  $\angle DAC = \angle DCA = 40^\circ$  и  $\angle BAE = 60^\circ$ . Следовательно,  $\triangle ABE$  – равносторонний и  $\angle BEA = 60^\circ$ ,  $\angle CEB = 120^\circ$ .

4. (15 баллов) В сосуде с водой плавает кубик. Глубина погружения равна 4 см. На сколько (в см) изменится глубина погружения кубика, если сосуд с ним перенести на планету, где сила тяжести в два раза больше, чем на Земле? Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ , длина ребра кубика  $a = 8 \text{ см}$ .

**Ответ:** 0.

**Решение.** Условие плавания тела:  $F_A = mg$ ,  $\rho g V = mg$ . То есть объём погруженной части  $V = \frac{m}{\rho}$  не зависит от планеты, где располагается сосуд с кубиком. Окончательный ответ: 0 см.

5. (20 баллов) Мотоциклист едет от населённого пункта  $A$  до населённого пункта  $B$  30 минут, а автомобилист проезжает тоже расстояние за 50 минут. Через сколько минут от начала своего движения мотоциклист догонит автомобилиста, который выехал из пункта  $A$  на 5 минут раньше?

**Ответ:** 7,5.

**Решение.** Скорость мотоциклиста:  $v_m = \frac{s}{30}$ . Скорость автомобилиста:  $v_a = \frac{s}{50}$ .

В ситуации, когда мотоциклист догоняет автомобилиста:  $v_m t = v_a (t + 5)$ ,

$\frac{s}{30} t = \frac{s}{50} (t + 5)$ . Получаем окончательный результат:  $t = 7,5 \text{ мин}$ .

6. (15 баллов) Одна калория – энергия, которую необходимо передать одному грамму воды, чтобы нагреть её на один градус Цельсия. Калорийность шоколадного батончика 330 кКал. Сколько льда (в кг), взятого при температуре плавления, можно превратить в воду, если использовать всю эту энергию, запасённую в батончике? Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ .

**Ответ:** 4,2.

**Решение:** переведём энергию батончика в джоули:

$$Q = 330 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 330 \cdot 10^3 \cdot 4200 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 1\,386\,000 \text{ Дж}.$$

Следовательно, масса льда, который удастся расплавить:  $m_{\text{л}} = \frac{Q}{\lambda} = \frac{1386000}{330000} = 4,2 \text{ кг}$ .



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам  
Задания, ответы и критерии оценивания

9 класс

Отборочный этап  
Вариант 1

2021-2022

1. (17 баллов) Кондитерский цех получил заказ от крупного сетевого магазина на изготовление тортов. Кондитер за один час оформляет целое число тортов, большее 18. Ученик кондитера оформляет за час на 10 тортов меньше, чем кондитер. Кондитер выполняет весь заказ за целое число часов, а три ученика вместе – на два часа быстрее. Из какого количества тортов состоит заказ?

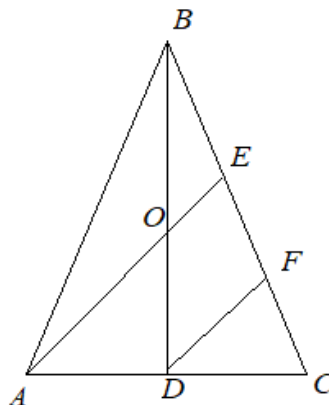
**Ответ: 120.**

**Решение.** Пусть кондитер за час оформляет  $n$  тортов, ученик –  $(n-10)$  тортов. Пусть ученики тратят  $t$  часов на заказ, тогда кондитер –  $(t+2)$  часов. Получаем уравнение  $(t+2)n = 3t(n-10)$ . Откуда после преобразований получаем  $n = \frac{15t}{t-1} = 15 + \frac{15}{t-1}$ . Так как делители 15 числа 1, 3, 5, 15, учитывая условие  $n > 18$ , получаем  $t=2, n=30$  или  $t=4, n=20$ , но в обоих случаях заказ содержит 120 тортов.

2. (17 баллов) Дан равнобедренный треугольник  $ABC$ , ( $AB=BC$ ). Точка  $O$  – середина высоты  $BD$ . Луч  $AO$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$ . Найдите площадь треугольника  $BOE$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 72.

**Ответ: 6.**

**Решение.** Построим  $DF$  параллельно  $AE$ ,  $F \in BC$ . В треугольнике  $AEC$   $DF$  – средняя линия, следовательно, в треугольнике  $BDF$   $OE$  тоже средняя линия.



Тогда  $BE=EF=FC$ . Так как  $BE = \frac{1}{3}BC$ , а  $BO = \frac{1}{2}BD$ , то  $S_{BOE} = \frac{1}{6}S_{BDC} = \frac{1}{12}S_{ABC} = 6$ .

3. (16 баллов) Решите систему уравнений

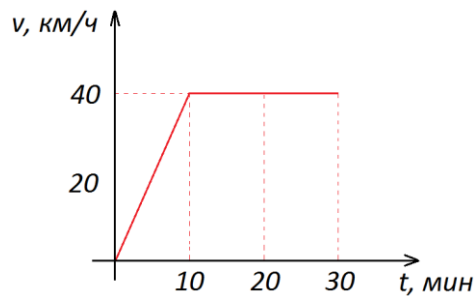
$$\begin{cases} x + 2y - 24\sqrt{x + 2y} + 144 = 0; \\ x - 2y = 44. \end{cases}$$

В ответ запишите  $x_0 + y_0$ , где  $(x_0; y_0)$  – решение системы.

**Ответ: 119.**

**Решение.** Заметим, что левая часть первого уравнения системы является полным квадратом, следовательно, уравнение примет вид  $(\sqrt{x + 2y} - 12)^2 = 0$ . Получаем систему линейных уравнений  $\begin{cases} x + 2y = 144; \\ x - 2y = 44 \end{cases}$  и его решение (94;25).

4. (15 баллов) На графике представлена зависимость средней скорости автомобиля от времени. Определите мгновенную скорость автомобиля (в км/ч) в момент времени  $t=20$  минут.



**Ответ:40.**

**Решение.** Так как средняя скорость в промежутке времени от 10 до 30 минут не меняется, то мгновенная скорость в этом промежутке совпадает со средней:

$$v_{\text{мгн}} = v_{\text{ср}} = 40 \text{ км/ч.}$$

5. (20 баллов) Луч света падает на стеклянную пластину, находящуюся в воздухе. Показатель преломления стекла  $n=1,5$ . Угол между преломлённым и отражённым лучами  $90^\circ$ . Определите угол падения (в градусах).

**Ответ: 56,3.**

**Решение.** Угол падения  $\alpha$  равен углу отражения. Закон преломления света:

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ , где  $\beta$  – угол преломления. Получаем:  $\frac{\sin \alpha}{\sin(90-\alpha)} = n$ ,  $\text{tg } \alpha = n$ . В результате  $\alpha \approx 56,3^\circ$ .

6. (15 баллов) К правому концу однородного стержня привязан гелиевый шарик, который создаёт подъёмную силу  $F_1=10$  Н. На расстоянии одной трети длины стержня от его левого конца подведена опора. Для удержания стержня в равновесии к его левому концу приходится прикладывать направленную вертикально вверх силу  $F_2=2$  Н. Определите массу рассматриваемого стержня (в кг). Ускорение свободного падения  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

**Ответ: 3,6.**

**Решение.** Условие равновесия стержня:  $F_1 \cdot \frac{2}{3}l = F_2 \cdot \frac{1}{3}l + mg \cdot \frac{1}{6}l$ . Получаем, что масса стержня:  $m = 3,6$  кг.





1. (16 баллов) На соревнованиях по картингу на кольцевой круговой трассе спортсмен Иванов проходил круг на 2 минуты быстрее спортсмена Петрова, а через час Иванов обошёл Петрова ровно на круг. За сколько минут Иванов проходит круг?

**Ответ: 10.**

**Решение.** Пусть за 1 час Петров прошёл  $n$  кругов, тогда Иванов –  $n+1$  круг. Считая, что длина круга равна 1, получаем (в часах)  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{30}$ . После преобразований получаем уравнение  $n^2 + n - 30 = 0$ , откуда  $n=5$  (второй корень уравнения отрицательный). Иванов за 60 минут проходит 6 кругов, то есть круг он проходит за 10 минут.

2. (17 баллов) При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$|x^2 + 2x + a| = 2$$

имеет ровно 4 различных решения. В ответ запишите наибольшее целое значение параметра  $a$ .

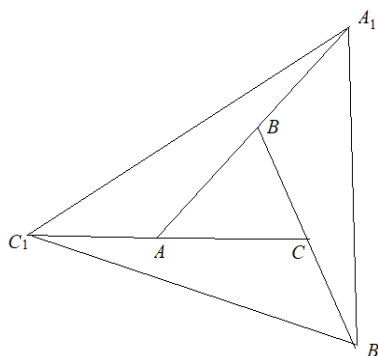
**Ответ: -2.**

**Решение.** В данном уравнении выделим полный квадрат, получим  $|(x+1)^2 + a - 1| = 2$ . Это уравнение равносильно совокупности уравнений  $\begin{cases} (x+1)^2 + a - 1 = 2; \\ (x+1)^2 + a - 1 = -2. \end{cases}$  То есть  $\begin{cases} (x+1)^2 = 3 - a; \\ (x+1)^2 = -1 - a. \end{cases}$  Заметим, что эти уравнения не имеют одинаковых корней, так как для любых значений параметра  $3 - a \neq -1 - a$ . Чтобы исходное уравнение имело 4 корня, каждое из уравнений совокупности должно иметь 2 различных корня, значит,  $\begin{cases} 3 - a > 0, \\ -1 - a > 0. \end{cases}$  Решая эту систему неравенств, получаем  $a \in (-\infty; -1)$ .

3. (17 баллов) Дан треугольник  $ABC$ . На прямой  $AB$  отметили точку  $A_1$  так, что  $AB=BA_1$ , на прямой  $BC$  отметили точку  $B_1$  так, что  $BC=CB_1$ , и на прямой  $AC$  отметили точку  $C_1$  так, что  $AC=AC_1$ . Найдите во сколько раз площадь треугольника  $A_1B_1C_1$  больше площади треугольника  $ABC$ .

**Ответ: 7.**

**Решение.**

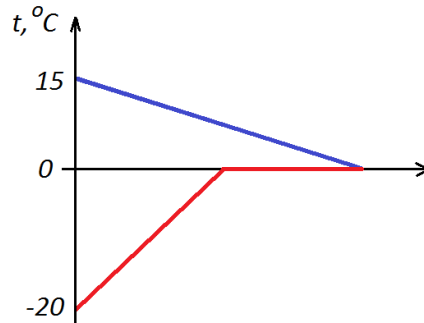


Каждый из треугольников  $A_1BB_1$ ,  $C_1CB_1$  и  $A_1AC_1$  имеют площади в два раза большие, чем площадь треугольника  $ABC$ . Действительно, в треугольнике  $A_1BB_1$  имеем  $\angle A_1BB_1 = 180^\circ - \angle ABC$ , а синусы этих смежных углов равны. Кроме того,  $BB_1=2BC$ ,  $A_1B=AB$ . Получаем, что

$$S_{A_1BB_1} = \frac{1}{2} A_1B \cdot BB_1 \cdot \sin(\angle A_1BB_1) = 2S_{ABC}.$$

Для двух других треугольников аналогично. Получаем, что  $S_{A_1B_1C_1} = 7S_{ABC}$ .

4. (15 баллов) В теплоизолированный сосуд с неизвестной жидкостью, взятой при температуре  $15^\circ\text{C}$ , поместили 1 кг льда при температуре  $-20^\circ\text{C}$ . Зависимости температур веществ от времени приведены на рисунке. Когда теплообмен между жидкостью и льдом закончился, в сосуде не осталось льда в твёрдом состоянии. Удельная теплоёмкость льда  $2100 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$ , а его удельная теплота плавления  $3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ . Определите теплоёмкость неизвестной жидкости.



**Ответ: 24800 Дж/К.**

**Решение.** Уравнение теплового баланса:  $c_{\text{л}}m_{\text{л}}20 + \lambda m_{\text{л}} = C \cdot 15$ . В результате получаем  $C = \frac{c_{\text{л}}m_{\text{л}}20 + \lambda m_{\text{л}}}{15} = \frac{2100 \cdot 1 \cdot 20 + 330000 \cdot 1}{15} = 24800 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

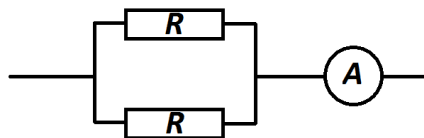
5. (20 баллов) Мяч бросили с поверхности земли под углом к горизонту. Его максимальная и минимальная скорости в полёте отличаются в два раза. Определите, под каким углом к горизонту был брошен мяч (в градусах).

**Ответ: 60.**

**Решение.** Минимальная скорость во время полёта  $v_{\text{min}} = v_x = v_0 \cos \alpha$ .

Максимальная скорость:  $v_{\text{max}} = v_0$ . Получаем  $\frac{v_{\text{min}}}{v_{\text{max}}} = \cos \alpha = \frac{1}{2}$ . Окончательный ответ  $\alpha = 60^\circ$ .

6. (15 баллов) На электрическую схему, представленную на рисунке, подаётся постоянное напряжение. Показания идеального амперметра  $I_0 = 4 \text{ А}$ . На сколько и в какую сторону изменятся его показания, если поменять местами амперметр и один из резисторов.



**Ответ: уменьшатся на 2 А.**

**Решение.** Начальное сопротивление схемы  $R_0 = \frac{R}{2}$ . Конечное сопротивление, после того как амперметр и резистор поменяли местами:

$R_K = R$ . Следовательно,  $I_K = \frac{I_0}{2} = 2 \text{ А}$ . Окончательный результат: ток уменьшится на  $\Delta I = 2 \text{ А}$ .



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Задания, ответы и критерии оценивания

11 класс

Отборочный этап  
Вариант 1

2021-2022

1. (16 баллов) Найдите  $\operatorname{ctg}^2(630^\circ + 2x)$ , если  $\cos x = 0,5$ .

**Ответ: 3.**

**Решение.** Используя периодичность и формулу приведения, получаем  $\operatorname{ctg}^2(630^\circ + 2x) = \operatorname{ctg}^2(540^\circ + 90^\circ + 2x) = \operatorname{ctg}^2(90^\circ + 2x) = \operatorname{tg}^2(2x)$ . Далее будем использовать

$$\operatorname{tg}^2(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = 3. \text{ Подставим полученное значение: } \operatorname{tg}^2(2x) = \left( \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x} \right)^2 = \frac{4 \cdot 3}{(1-3)^2} = 3.$$

2. (17 баллов) Площадь наибольшего диагонального сечения правильной шестиугольной призмы равна 10. Найдите площадь боковой поверхности этой призмы.

**Ответ: 30.**

**Решение.** Наибольшее по площади диагональное сечение – это сечение, которое проходит через диаметр окружности, описанной около основания, соединяющий две вершины шестиугольника. Площадь такого сечения равна  $2a \cdot h$ , где  $a$  – сторона шестиугольника,  $h$  – высота призмы. Площадь боковой грани равна  $a \cdot h$ . Получаем  $S_{\text{б.п.}} = 6 \cdot a \cdot h = 30$ .

3. (17 баллов) Найдите все натуральные  $n$ , для которых  $2n^2 - n - 36$  – квадрат простого числа.

**Ответ: 5; 13.**

**Решение.** По условию задачи  $(2n - 9)(n + 4) = p^2$ . Второй множитель в левой части равенства – натуральное число, значит, и в первой скобке натуральное число. Если произведение двух натуральных чисел равно квадрату простого числа, то либо один из множителей 1, либо множители равны друг другу. Равно 1 может только  $2n - 9$ , получаем  $2n - 9 = 1$ , откуда  $n = 5$ . При этом  $n + 4 = 9$ , то есть является квадратом простого числа. Если  $2n - 9 = n + 4$ , то  $n = 13$ . В этом случае также получаем квадрат простого числа.

4. (15 баллов) Камень, который бросили с поверхности Земли под углом  $45^\circ$  к горизонту, через 4 секунды упал на Землю. Ускорение свободного падения  $g=10 \text{ м/с}^2$ . Определите значение начальной скорости камня.

**Ответ: 28,3 м/с.**

**Решение.** В самой верхней точке своего полёта камень оказался через 2 секунды после броска. В данной точке  $v_y = 0$  м/с. Получаем

$$v_y = v_0 \sin 45 - gt = 0.$$

В результате:  $v_0 = \frac{gt}{\sin 45} = \frac{10 \cdot 2}{\sqrt{2}/2} \approx 28,3$  м/с.

**5. (15 баллов)** С постоянной массой газа происходит процесс, при котором давление всё время пропорционально квадрату объёма. Известно, что начальное давление газа  $1 \cdot 10^5$  Па, начальная температура  $527^\circ\text{C}$ , конечное давление  $0,25 \cdot 10^5$  Па. Определите его конечную температуру.

**Ответ: 100 К или  $-173^\circ\text{C}$ .**

**Решение.** Так как давление уменьшилось в 4 раза, следовательно, объём уменьшился в 2 раза. Из уравнения Менделеева-Клапейрона  $pV = \nu RT$  следует, что температура уменьшилась в 8 раз. Получаем:

$$T_k = \frac{1}{8} T_0 = 100 \text{ К} = -173^\circ\text{C}.$$

**6. (20 баллов)** Ёмкость плоского воздушного конденсатора 100 мкФ. Какой станет ёмкость конденсатора, если площадь его пластин увеличить в 2 раза, расстояние между пластинами уменьшить на 25%, напряжение, подаваемое на обкладки, увеличить на 50 В? При этом пространство между обкладками заполняется маслом, у которого диэлектрическая проницаемость  $\epsilon=3$ .

**Ответ: 800 мкФ.**

**Решение.** Ёмкость плоского воздушного конденсатора:  $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$ , где диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_k = 3\epsilon_0$ , площадь пластин  $S_k = 2S_0$ , расстояние между обкладками  $d_k = 0,75d_0$ . Получаем:  $C_k = 8C_0 = 800$  мкФ.